

# CERCETĂRI PRIVIND EFECTELE DE NELINIARITATE ÎN EVALUAREA ȘI REDUCEREA RISCULUI SEISMIC\*

BOGDAN FELIX APOSTOL

*Institutul Național de Cercetare–Dezvoltare pentru Fizica Pământului,  
București–Măgurele, apostol@infp.ro*

## 1. INTRODUCERE

Cutremurele de pământ apar la diverse intervale de timp, într-un loc sau altul de pe suprafața Pământului, cu intensități variabile și cu durate ce variază de la câteva zecimi de secundă până la sute de secunde. Studiul comparativ a condus la formarea unei imagini generale privind aceste evenimente seismice, asupra căreia există un consens relativ (Bullen, 1963). Conform unui astfel de model generic, cutremurul de pământ este generat într-un focar, localizat în interiorul Pământului, la adâncimi ce variază între câțiva kilometri și sute de kilometri. Propagarea undelor seismice generate de un seism este afectată de structura fizică a rocilor din interiorul Globului terestru, așa încât localizarea focarului se face prin compararea înregistrărilor multiple, prin adoptarea unui model ipotetic al vitezelor prin diferitele strate geologice.

Mecanismul de producere a cutremurului în focar este în mare măsură încă necunoscut. În cadrul unui astfel de model dinamic general se admite că energia acumulată în focar este eliberată brusc, ca urmare a depășirii limitei de rezistență a materialului geologic (limita de rupere a materialului litosferic măsurată în laborator corespunde unui modul de rigiditate de cca  $10^9 \text{ dyn/cm}^2$ ). Dinamica plăcilor tectonice (cauza probabilă a cutremurelor) este generată de neomogenitățile fizice și structurale ale astenosferei Pământului, aflată la temperaturi și presiuni ridicate. Acest interior nu este în echilibru cu scoarța Pământului și, de aici, existența unor mișcări interne de reechilibrare a structurii de adâncime. Astfel de ipoteze generale privind activitatea seismică sunt coroborate cu activitatea vulcanică, geotermică, particularitățile geomagnetice. Focarele cutremurelor de pământ sunt distribuite în diverse zone seismic-active, fiecare zonă având caracteristicile ei (Gutenberg, Richter, 1954).

În general, studiul cutremurelor de pământ se face, convențional, în mai multe direcții: studiul focarelor și al mecanismelor de producere a cutremurelor în focar, propagarea undelor seismice generate în focar până la suprafață, fenomenele

---

\* Lucrarea prezintă rezumatul tezei de doctorat susținută de autor pe data de 25.11.2005 în ședință publică la INCDFP.

geofizice asociate seismelor, efectele cutremurelor de pământ asupra mediului și construcțiilor (Milne, 1939). Mecanismele în focar admit existența accidentelor tectonice (falii) de-a lungul cărora se produc deplasările tectonice și eliberarea energiei seismice (Burridge, Knopoff, 1967). Astfel de modele de mecanisme îmbină, de obicei, comportarea mecanică deterministă a plăcilor tectonice, aflate în contact direct cu o concepție mai generală de natură probabilistică sau statistică. Predicțiile unor astfel de modele dinamice sunt testate cu datele experimentale provenite din înregistrări și, astfel, modelele pot fi corectate și dezvoltate în acord cu ipotezele geologice admise pentru ariile investigate.

Propagarea undelor seismice produse de cutremure necesită cunoașterea structurii geologice a zonei seismice, a caracteristicilor elastice și visco-elastice ale acestui mediu geologic, precum și dezvoltarea tehnicilor matematice corespunzătoare propagării undelor în medii neliniare, structurate, cu dispersie, difracție, reflexii și refracții multiple. Dezvoltarea acestor tehnici corespunzătoare propagării undelor elastice în medii complexe furnizează metode și proceduri de caracterizare și interpretare a datelor experimentale provenite din înregistrarea undelor seismice la suprafață. Studiul fenomenelor fizice asociate evenimentelor seismice, fie precursore, fie ulterioare, urmărește elucidarea unor posibile legături cauzale între evenimentele seismice și alte câmpuri geofizice, precum modificări ale nivelului unor gaze (de exemplu, radon) eliberate din roci, ale nivelului apelor freatice, ale proprietăților câmpurilor electrice și magnetice și chiar modificări ale comportamentului biologic.

Rezultatele originale cuprinse în lucrare se referă la trei mari categorii de cercetări științifice în seismologia modernă: modele de focar seismic și distribuții statistice ale cutremurelor de pământ, factori de amplificare și efecte locale și probleme de elasticitate neliniară. Prima categorie are o importanță deosebită atât în evaluarea hazardului, cât și a riscului seismic, cea de-a doua categorie este deosebit de importantă în studiul efectelor seismice locale, iar a treia categorie are o relevanță fundamentală asupra neliniarităților și efectelor acestora în fenomenul de propagare a undelor seismice și în fenomenele asociate. În cele ce urmează vom prezenta principalele rezultate ale studiilor efectuate de autor.

## 2. MODEL DE FOCAR SEISMIC

În 1935, Richter a introdus noțiunea de magnitudine ( $M$ ) a cutremurelor de pământ (Richter, 1935), definită ca fiind logaritmul zecimal al deplasării maxime ( $d$ , măsurată în microni) a unui seismograf standard (accelerometru) la 100 km de epicentru (intersecția normalei din focar cu suprafața Pământului). Această deplasare ( $d$ ) a seismografului este proporțională cu energia de suprafață ( $E_S$ ), propagată de mișcarea seismică, iar această energie este proporțională la rândul ei cu suprafața închisă de o lungime caracteristică ( $R$ ,  $E_S \sim R^2$ ). Așadar, se poate scrie  $M = \lg d \sim \lg E_S \sim 2 \lg R$ . Admițând că energia  $E$  degajată de mișcarea seismică este

concentrată în cea mai mare parte în volumul  $R^3$ ,  $E \sim R^3$ , rezultă atunci  $M \sim (2/3) \lg E$  sau  $\lg E \sim (3/2)M = 1,5M$ . Legea Gutenberg-Richter poate fi scrisă sub forma:

$$\lg E = a + bM,$$

cu  $a \cong 4,4$  (pentru energia  $E$  măsurată în Joule, J) și  $b \cong 1,5$ . Ea a fost verificată experimental cu o aproximație satisfăcătoare (energia degajată de o mișcare seismică se poate evalua experimental din măsurarea fluxului de energie, precizia fiind un factor de aproximativ 10) (Gutenberg, 1956). În logaritmi naturali, legea Gutenberg-Richter capătă forma  $\ln E \cong 10 + 3,5M$ . Magnitudinea maximă observată este aproximativ  $M \sim 9$ , iar energia minimă degajată de mișcările seismice, corespunzătoare magnitudinii  $M = 0$ , este aproximativ  $2,5 \cdot 10^4$  J. Este important de observat că legea Gutenberg-Richter este o definiție convenabilă în termeni de magnitudine măsurabilă experimental pentru energiile enorme degajate în timpul mișcărilor seismice.

**Legea Omori.** Studiile statistice asupra cutremurelor de pământ privesc astfel de evenimente seismice ca fiind supuse unor distribuții statistice. Astfel, probabilitatea ca în timpul infinitesimal  $dt$ , cuprins între  $t$  și  $t+dt$ , să apară un seism este  $P dt \sim dt/t$ , conform frecvenței de cuprindere a intervalului  $dt$  în timpul  $t$ , în ipoteza că astfel de seisme sunt egal probabile la orice moment de timp. O astfel de probabilitate trebuie, în general, normată pe un interval finit de timp. Într-adevăr, frecvența de apariție a cutremurelor-replică, după producerea unui eveniment seismic major, confirmă o astfel de probabilitate, adică numărul de replici  $N$  este într-adevăr proporțional cu  $t^{-\gamma}$ ,  $N \sim t^{-\gamma}$ , unde  $t$  este timpul scurs de la seismul major, iar exponentul  $\gamma$  depășește cu puțin unitatea  $\gamma \sim 1^+$ . Această lege empirică este cunoscută sub numele de legea lui Omori (Omori, 1895).

**Legea Bath.** În același sens, se poate considera că distribuția de probabilitate pentru apariția unui cutremur de energie  $E$ , între limite relativ restrânse, este proporțională cu  $1/E$ , conform frecvenței de cuprindere a intervalului  $dE$  în energia  $E$ . Pentru motive de regularizare a unei astfel de distribuții se admite, în general, o lege ușor modificată, de forma

$$P = \text{const}(E_0 + E)^{-1-r},$$

unde  $E_0$  este o energie caracteristică, iar  $r > 0$  (astfel încât parametrului  $\gamma$ , introdus mai sus, îi corespunde  $1+r$ ). Normarea acestei distribuții conduce la  $P = (r/E_0)(1+E/E_0)^{-1-r}$  sau pentru energii mari,  $P = rE_0^r/E^{1+r}$ . Deoarece  $P dE = P(M) dM$  se obține ușor de aici probabilitatea în magnitudini  $P(M) = brE_0^r/E^r$ , adică  $P(M) \sim e^{-brM}$ , unde  $b = 3,5$  conform legii Gutenberg-Richter introdusă mai sus. E ușor de văzut, folosind o astfel de distribuție, că magnitudinea medie este  $\bar{M} = \frac{1}{br}$ . Cercetarea datelor

empirice a condus la concluzia că magnitudinea medie a replicilor unei seism major este cu cel mult 1,2 mai mică decât magnitudinea evenimentului principal. Această observație empirică este cunoscută sub numele de legea lui Bath (Bath, 1965).

Dacă se admite că seismele de tip replică sunt distribuite cu aceeași probabilitate exponențială și că ele reprezintă relaxarea zonei seismice după un cutremur major, atunci abaterea medie pătratică a distribuției exponențiale poate fi asociată cu variația 1,2 în magnitudini, ceea ce conduce la valoarea  $r = 0,33$ . Este de notat în acest context că o astfel de distribuție este compatibilă cu încercarea Gutenberg-Richter de distribuire a cutremurelor după magnitudini, menționată anterior, pe intervale limitate de variație a magnitudinilor. Ea conduce la un coeficient  $\beta = br \cong 1,17$  în legea de recurență. În general, distribuțiile de forma  $P \sim 1/x^{1+r}$  cu  $r > 0$  se mai numesc și distribuții de tip Omori (sau Bath), și ele se dovedesc rezonabile pentru multe alte fenomene considerate a fi de natură statistică (pe regiuni limitate de variație a parametrului  $x$ ), precum numărul orașelor de mărime  $x$  sau valoarea  $x$  a prețurilor pe piețele financiare etc. (Sornette, 2003). Se presupune că astfel de legi statistice de tip putere provin dintr-o ipoteză de scală, conform căreia distribuțiile statistice își păstrează forma funcțională la schimbarea scalei variabilei, și o astfel de ipoteză este pusă în legătură cu comportarea critică auto-organizată a fenomenelor statistice și cu natura de fractali a distribuției unor astfel de fenomene (Bak *et al.*, 2002).

Se formulează un model de creștere sau de acumulare a energiei seismice în focar, ce poate furniza o legătură matematică între energia acumulată și timpul de acumulare. Acest model are la bază imaginea de zonă critică pentru focarul seismic și pentru regiunea seismică, caracterizate de o lungime caracteristică asociată volumului în care se acumulează energia și, în acest fel, asociată cu însăși energia seismică degajată. Elementul principal al acestui model de focar seismic este exponentul, de natură geometrică,  $r = 1/3$ , al legii de tip putere ce leagă timpul de acumulare de energia seismică acumulată. În continuare se privește timpul de acumulare ca timpul mediu de recurență a seismelor, ceea ce permite deducerea distribuției Omori în energii, cu exponentul  $1 + r = 1,33$  și, de aici, folosind legea Gutenberg-Richter cu exponentul ei caracteristic,  $b = 3,5$ , se obține distribuția exponențială în magnitudini cu coeficientul exponentului  $\beta = br = 1,17$ .

Această distribuție în magnitudini, cu exponentul astfel fixat, are cel puțin trei consecințe. Întâi, ea conduce la o distribuție bine verificată experimental a seismelor cu magnitudini cuprinse între 5,5 și 7, care formează, foarte probabil, un ansamblu statistic. În al doilea rând, această lege de distribuție cu exponentul fixat de modelul teoretic conduce la relația de recurență a seismelor bine verificată experimental în același interval de magnitudini și indică o comportare corectă a acestei relații la magnitudini extreme, mici și mari. Seismele de magnitudini extreme nu pot fi întotdeauna considerate cu certitudine evenimente statistice, iar distribuția în magnitudini se completează cu marginile inferioară și superioară în studiile de risc și hazard seismic. În al treilea rând, distribuția în magnitudini, astfel derivată, conduce la legea Bath, în sensul că magnitudinea maximă probabilă a seismelor de tip replică, privite ca seisme independente, dar asociate cu relaxarea zonei seismice, diferă de magnitudinea seismului principal cu cel puțin abaterea

medie pătratică  $\delta M = \frac{\sqrt{2}}{\beta} = \frac{\sqrt{2}}{1,17} = 1,2$ , în conformitate cu observațiile empirice. În

continuare, deoarece modelul prezice o legătură bine determinată între timpul mediu de recurență a seismelor și energie, folosindu-se din nou legea Gutenberg-Richter, se deduce imediat timpul mediu de recurență funcție de magnitudine.

Această dependență exponențială a timpului mediu de recurență de magnitudinea seismului poate servi la estimarea calitativă a frecvenței cutremurelor mari, în condițiile în care se cunoaște rata de seismicitate a respectivei zone seismice. Astfel de estimări se fac pentru cutremurele de magnitudine în jur de 7 pentru zona Vrancea, indicându-se o perioadă medie de recurență de circa 40 de ani. Distribuția temporală de tip exponențial (Poisson) este dedusă în continuare pentru seisme și se arată că erorile de evaluare a timpului mediu de recurență sunt relativ mari (de ordinul a 40%). Astfel de erori pot fi asociate cu regimurile premergătoare ale seismelor de tip pre-șocuri și cu regimurile următoare ale seismelor de tip replică. Zona de seisme de tip pre-șocuri este caracterizată în continuare de teoria statistică de punct critic (Apostol, 2003) și se determină posibile legi de seismicitate temporală premergătoare unui eveniment seismic major. Supravegherea minuțioasă a activității seismice în astfel de cazuri poate furniza date față de care prezentele rezultate teoretice pot fi testate.

### 3. FACTORI DE AMPLIFICARE ȘI EFECTE SEISMICE LOCALE

În această secțiune se prezintă teoria factorilor de amplificare în cadrul modelului de oscilator liniar armonic cu atenuare, supus acțiunii unei forțe externe. Această teorie este dezvoltată după studiile inițiate de Gheorghe Mărmureanu și colaboratorii (2000), cu aplicații la zona seismic-activă Vrancea, cercetări bazate pe investigațiile fundamentale privind activitatea tectonică a acestei zone seismice, ale lui Dumitru Enescu și colaboratorilor (1993). Ecuațiile de mișcare ale oscilatorului liniar armonic cu atenuare supus acțiunii unei forțe externe se stabilesc în forma cea mai generală, ceea ce permite analiza spectrală a răspunsului. Factorii de amplificare se definesc ca raportul dintre răspuns (efect) și perturbația externă. În condiții de apropiere de rezonanță se obțin factorii de amplificare în deplasare, viteză și accelerație sub acțiunea unei forțe externe periodice, introducându-se o metodă semi-analitică de evaluare a acestora, ce poate fi deosebit de utilă în estimări calitative rapide. În aceste condiții, se obțin factori de amplificare de valori 1,18, 1,96, 2,75, 3,53 pentru deplasare, în concordanță calitativă cu determinările empirice, amplificările având tendința să fie mari în domeniul vitezelor. Dată fiind generalitatea în care sunt tratați acești factori de amplificare, este posibil să se introducă și factorii de amplificare pentru șocuri, care sunt mici în domeniul deplasărilor, relativ normali în viteze, dar mari (valoare de 2,28) în accelerații (Apostol, 2004). Teoria prezentată poate fi extinsă la întregul domeniu spectral, precum și la includerea neliniarităților în modelul de oscilator liniar

anarmonic. Studiile factorilor de amplificare locală au pus în evidență o mare variabilitate a lor, precum și scăderea amplificării cu creșterea magnitudinii seismului, ceea ce este o indicație asupra necesității includerii efectelor neliniare în evaluarea lor (Mărmureanu *et al.*, 1999). Pe lângă amplificarea de tip oscilatoriu sau de tip șoc, efectele neliniare produc amplificări extinse spațial, de tipul undelor, care constituie un studiu separat (Mișicu *et al.*, 2004).

Comportarea fizică neliniară a materialului geologic, precum și complexitatea acțiunii și efectelor mișcărilor seismice pun tot mai insistent în discuție includerea neliniarităților în propagarea undelor seismice, în efectele asociate cu această propagare și, în general, aduc în evidență elasticitatea neliniară. Sub numele de elasticitate neliniară sunt grupate propagarea undelor, efectele asociate de atenuare, dispersie și difuzie și, în general, mișcarea mecanică în medii continue anisotrope, cu structură complexă (de exemplu granulară, fragmentară etc.), medii cu neomogenități, cu defecte, localizate, extinse sau corelate spațial, cu abateri de la comportarea armonică (corecții anarmonice) etc.

#### 4. PROPAGAREA UNDELOR SEISMICE

Sunt incluse rezultate originale privitoare la propagarea undelor elastice într-un solid axial anizotrop, difuzia neliniară în medii cu structură complexă, aproximația razelor geometrice în medii slab neomogene și o ecuație de unde neliniare în mediul elastic. Sunt incluse, de asemenea, câteva rezultate privitoare la oscilatorii liniari anarmonici și se indică o metodă generală de evaluare a deplasării lor în frecvență, ceea ce poate fi relevant pentru re-evaluarea factorilor de amplificare în condițiile acestor oscilatori anarmonici.

În afară de anizotropia la nivel atomic, guvernată de grupuri de simetrie finite (grupurile cristaline), solidele cu structură complexă pot prezenta anizotropii la nivel macroscopic, ceea ce face ca proprietățile lor elastice să fie deosebite. Un astfel de solid cu anizotropie axială este studiat sub raportul proprietăților lui elastice (Apostol, 2001). S-au pus în evidență moduri elastice de compresie-dilatate și de forfecare, atât în lungul axei de anizotropie, cât și perpendicular pe această axă, și s-a evidențiat un mod elastic nou, ce poate fi numit un mod de „gâtuire”. Au fost calculate undele elastice în acest mediu anizotrop și s-a ajuns la concluzia că ele prezintă dispersii puternic neliniare, ca urmare a cuplajului indus de anizotropie între diversele moduri de mișcare elastică, precum și polarizări combinate. Metoda de elasticitate anizotropă introdusă aici poate fi extinsă la medii finite, cu geometrii speciale, în care neliniaritățile apar frecvent. Astfel de rezultate pot fi relevante pentru noua fază cristalină a silicaților de magneziu și fier descoperită recent în zona inferioară a mantalei Pământului (circa 5 000 km adâncime, la limita cu miezul Pământului), fază similară cu structurile stratificate de tip perovskită, dar cu anizotropie mult mai înaltă.

Folosind un model generalizat de fluid statistic se deduc două ecuații de difuzie neliniară, difuzie controlată de variațiile locale de volum și presiune ale mediului, ca urmare a coliziunilor la nivel microscopic de tip gaz cinetic (Apostol, 1997a). Una din ecuațiile deduse este partea ne-stochastică a ecuației Kardar–Parisi–Zhang, cu aplicații în creșterea cristalelor pe suprafețe solide și în ascensiunea vaporilor de apă atmosferici. Cealaltă ecuație dedusă aici este similară, ea prezentând forme de difuzie și mai complexe. Ambele ecuații sunt reprezentative pentru configurații de auto-organizare spațială și temporală. Ecuațiile sunt rezolvate într-un mediu bidimensional, soluțiile cu simetrie radială prezintă singularități, fie în origine, fie la distanțe finite, formele sunt de tip disc sau inelare, au fronturi de difuzie ce se propagă tot mai lent în timp. Astfel de configurații sunt ilustrative pentru forma norilor atmosferici sau a emanațiilor de fum și gaz ale coșurilor de fabrică (Apostol, 1997b), dar ele pot fi asociate și cu difuzia energiei, de exemplu, în medii cu structură complexă. În astfel de medii cu structură heterogenă unele prezintă fenomenul de localizare, fenomen evidențiat recent în unele seismice și în caracteristicile secvenței ultime a seismogramelor („coda” seismogramei). Această localizare permite tratarea difuzivă a transferului de energie în cadrul unui model de particule în mișcare statistică, ceea ce, în prezența neliniarităților, poate conduce la configurații de localizare mai complexe, precum discuri sau inele centrate în jurul sursei. Este posibil ca astfel de fenomene de localizare să fie identificate în efectele seismice locale de acumulare a energiei seismice în jurul neomogenităților. Neliniaritățile sunt specifice modelelor cinetice de neechilibru, precum cel folosit aici sau cel folosit în propagarea undelor entropice în atmosferă (Apostol, Ștefan, 1996). Soluțiile ecuațiilor de difuzie neliniare pot fi caracterizate în continuare într-un mediu tridimensional, și aspectul neliniar poate fi dezvoltat în fenomene complexe, precum difuzia, dispersia etc.

Aproximația razelor geometrice (sau aproximația cvasi-clasică), folosită în mod uzual în propagarea undelor, este derivată printr-o nouă metodă matricială, bazată pe divizarea în straturi infinitesimale a mediului slab neomogen (Apostol, 1999). Această metodă provine din tehnicile și cercetările dezvoltate de Mircea Mișicu și Gheorghe Mărmureanu și colaboratorii (Mișicu *et al.*, 1998; Mișicu *et al.*, 1999) și constituie o metodă eficientă pentru includerea efectului neomogenităților mediului în propagarea undelor, a defectelor, localizate, extinse, corelate spațial și, în general, pentru a introduce corecții de tip undă la aproximația razelor geometrice. În particular, metoda permite includerea efectelor de ordin superior în studiul dispersiei.

Ecuațiile elasticității finite au fost extinse la includerea corecțiilor anarmonice de ordin trei (cubice) în medii izotrope. În aceste condiții, ecuația de mișcare pentru deformările longitudinale este limita continuă a ecuației Fermi–Pasta–Ulam, și soluția ei exactă se obține prin cuadraturi elementare (Apostol, 2003). Această soluție este singulară la timpi finiți și nemărginită la limitele domeniului spațial plasate la infinit. Ca urmare, ea prezintă „rupturi” ale mediului (ce se propagă cu

viteză neuniformă), dislocații la limitele domeniului spațial, alimentate de o energie ce depășește limita de rezistență a mediului. Soluții de tip unde cvasi-plane sunt valabile pe intervale de timp finite, pe distanțe finite și cu amplitudini mici, seria de perturbații a efectelor neliniare asupra acestor unde fiind controlată de parametrul de anarmonicitate, de raportul dintre amplitudine și lungimea de undă și de raportul dintre o distanță caracteristică de propagare a undelor și amplitudinea lor. Factorii de amplificare generați de neliniarități în acest caz sunt calculați pentru undele cvasi-plane, ei fiind constituiți din raportul dintre produsul parametru anarmonic–amplitudine–distanța caracteristică și pătratul lungimii de undă. Distribuția statistică a energiei pe unde cvasi-plane este în concordanță cu modelul de „zonă” critică pentru focarul seismic. Ecuațiile cuplate pentru unde longitudinale și transversale ce se propagă în aceeași direcție prezintă soluții care, pe lângă fenomenul de armonice superioare, au și rezonanțe specifice, generate de neliniarități, ca urmare a fenomenului de combinare a frecvențelor. O astfel de rezonanță este calculată explicit, frecvența ei fiind determinată de raportul dintre vitezele de propagare ale celor două unde. Cuplajul neliniar dintre unde ce se propagă în direcții diferite poate fi studiat în vederea examinării efectelor neliniare de directivitate în propagarea undelor. Seria perturbativă a soluției exacte a oscilatorului liniar cubic este introdusă în vederea stabilirii deplasării în frecvență și se indică o metodă generală de evaluare calitativă a acestor deplasări pentru oscilatori anarmonici (Apostol, 1996). Acest rezultat este util în reevaluarea factorilor locali de amplificare a mișcărilor oscilatorii cu neliniarități.

## 5. REZULTATE ȘI COMENTARII

S-au obținut următoarele rezultate originale privind contribuția autorului la studiul fenomenelor seismice în medii elastice complexe și neliniare și anume:

1) Derivarea, pe baza teoriei de punct critic a distribuției evenimentelor seismice în energie, magnitudine și derivarea distribuției temporale, explicarea relației semi-empirice între magnitudine și „raza critică” a zonei seismice; discutarea acestor modele în raport cu datele corespunzătoare cutremurelor din Vrancea. Aceste investigații se bazează pe un model de focar seismic ce permite legătura între timpul mediu de succesiune a seismelor și energia acumulată în focar. În această ipoteză se deduce distribuția Omori în energii, se deduc distribuțiile exponențiale (de tip Poisson) ale magnitudinilor și ale timpului de recurență și se atribuie o origine geometrică parametrului Omori  $r$ , a cărui valoare este identificată ca fiind  $r = 1/3$ . În același context se deduce și legea empirică Bath, în ipoteza că seismele de tip replică sunt independente și reprezintă un fenomen de relaxare a zonei seismice după un eveniment seismic major. Se obține, de asemenea, probabilitatea de depășire diferită de legea liniară în magnitudini de tip Gutenberg-Richter, în acord calitativ cu indicațiile experimentale.



În cadrul acestei direcții de cercetare s-a aplicat, de asemenea, ipoteza invarianței de scală la distribuția temporală a pre-șocurilor, în conformitate cu ipotezele teoriei comportării critice a fenomenelor auto-organizate. S-a avut în vedere, în principal, activitatea seismică precursoră unui eveniment seismic major, rezultatele fiind discutate în relație cu particularitățile prezentate de zona seismică Vrancea. Concluzia unor astfel de studii statistice arată că evaluările statistice prezintă un grad ridicat de incertitudine. Această teorie necesită dezvoltarea în direcția caracterizării naturii ipotezei de scală, a teoriei generale a fenomenelor de creștere și eventuala lor conectare cu teoria grupului de renormare prin funcționala comportării critice a fenomenelor seismice. Aceste rezultate sunt menționate împreună cu o trecere în revistă a factorilor de hazard seismic și cu o evaluare critică a importanței datelor de intrare în procedurile curente de estimare a hazardului seismic.

2) Dependența factorilor de amplificare de condițiile de rezonanță și de atenuare în cadrul teoriei generale a factorilor de amplificare locali, dezvoltate de Gh. Mărmureanu și colaboratorii (1999) și extinderea acestor factori de amplificare la descrierea șocurilor. Această direcție de cercetare se înscrie în preocupările de estimare a riscului seismic și de perfecționare a metodelor și procedurilor matematice de evaluare a efectelor cutremurelor de pământ asupra elementelor de mediu, natural sau produs de activitatea umană, ea fiind bazată pe cercetările fundamentale privind activitatea tectonică a zonei Vrancea desfășurate de Dumitru Enescu și colaboratorii (1996). În cadrul acestor rezultate s-a simplificat evaluarea factorilor de amplificare pentru deplasare, viteză și accelerație, prin introducerea explicită a soluției de mișcare a oscilatorului liniar armonic amortizat sub acțiunea unei forțe periodice externe. Această simplificare, datorată unei evaluări directe a efectului vibrațiilor locale, a făcut posibilă evaluarea explicită a factorilor de amplificare în condiții de rezonanță, unde s-a găsit posibilitatea de amplificare multiplă pentru frecvențe de excitație succesive. S-a arătat cantitativ că, în condiții de rezonanță sau apropiate de rezonanță, amplificarea locală poate să crească dramatic în timp și să conducă la efecte devastatoare. În plus, în cadrul acestei investigații s-au definit șocurile externe, pentru care s-au evaluat factorii de amplificare și s-a arătat că amplificarea majoră, în acest caz, este concentrată în accelerații, spre deosebire de regimul de rezonanță, unde amplificarea tinde să se concentreze în domeniul vitezelor. Aceste investigații teoretice necesită să fie extinse la regimuri aflate în vecinătatea rezonanței, precum și la situația în care factorii de atenuare sunt mari. S-au inclus și date referitoare la comportarea vâsco-elastică și la indicii de comportare neliniară în elasticitatea solurilor, așa cum reies ele din studiul efectelor cutremurelor vrâncene majore. Teoria factorilor de amplificare poate fi extinsă la includerea fenomenelor neliniare și a fenomenelor de amplificare în medii elastice și vâsco-elastice.

3) În încercarea de a modela fenomenele elastice în medii anizotrope, abordarea elasticității unui solid elastic cu o axă de anizotropie, plecând de la clasificarea diverselor contribuții la energia elastică a acestui mediu după simetria grupului de rotații în jurul axei de simetrie. Această metodă este cea mai potrivită

pentru a introduce diversele contribuții provenite din anizotropie în elasticitatea generalizată la repere necartesiene. În cadrul solidului elastic axial s-a găsit că deformarea lui elastică este descrisă de un tensor de ordinul doi, un vector și un scalar, așa încât energia lui elastică conține 5 invarianți și, în consecință, cinci constante de cuplaj elastic. Un astfel de solid anizotrop este formal similar, în comportarea lui elastică, cu un solid cristalin cu simetrie hexagonală, deși semnificația coordonatelor și a câmpului de deformare elastică este diferită. S-a studiat stabilitatea deformării elastice a unui astfel de solid anizotrop axial și s-au găsit constrângerile corespunzătoare asupra constantelor de cuplaj elastic. În continuare, deformările elastice ale unui astfel de solid au fost clasificate în moduri de forfecare și de comprimare–dilatate atât bazale, cât și axiale și, în plus, s-a identificat un nou mod de deformare, complex, ce se poate caracteriza ca un mod de „gâtuire”. Undele elastice au fost studiate într-un astfel de solid anizotrop axial printr-o transformare canonică a modurilor planului bazal, urmată de o altă transformare canonică ce face decuplarea de modurile axiale. S-a găsit că un singur mod, bazal, este transversal, celelalte având polarizări mixte, frecvențele lor prezentând dispersii puternic neliniare. Elasticitatea anizotropă și generalizată la repere necartesiene poate fi extinsă la diverse alte medii elastice, de forme și geometrii speciale, ce prezintă proprietăți de simetrie restrânsă. Aceste rezultate pot avea relevanță asupra discontinuității elastice din mantaua inferioară a Pământului (la limita cu miezul Pământului, circa 5 000 km adâncime), unde s-a pus recent în evidență o structură puternic anizotropă a silicaților de magneziu și fier, similară cu structura stratificată a perovskitelor (Iitoka *et al.*, 2004; Oganov, Ono, 2004).

4) În cadrul unui model statistic de fluid aflat la neechilibru, deducerea ecuației de difuzie neliniară (Apostol, 1997), cunoscută sub numele de ecuația Kardar–Parisi–Zhang (fără termenul stochastic, cu aplicații în creșterea cristalelor pe suprafețe solide, curenți atmosferici etc.), precum și o ecuație similară, în care termenul neliniar are semn opus termenului neliniar din ecuația Kardar–Parisi–Zhang. Acest cuplu de ecuații a fost rezolvat pentru evoluția spațială și temporală difuzivă într-un mediu bidimensional, identificându-se fronturi de undă radiale și, respectiv, inelare, ce progresează lent, în timp ce sunt alimentate constant de către sursă. Soluțiile asimptotice ale acestor ecuații sunt ilustrative pentru efecte de auto-organizare spațială asociate neliniarităților. Un astfel de model de difuzie neliniară poate fi relevant atât pentru norii atmosferici sau pentru emanațiile de gaze și fum ale coșurilor de fabrici, cât și pentru difuzia energiei mecanice într-un mediu difuziv inelastic, cu o structură complexă (granulară, de exemplu). În medii cu structură heterogenă, propagarea undelor prezintă fenomenul de localizare (Anderson, 1958; Abrahams, 1979) generat de împrăștierea multiple și de interferența constructivă cu unda reflectată pe direcția de propagare. Ca urmare, undele pot fi privite ca particule supuse mișcării statistice, iar transferul de energie devine difuziv. Acest fenomen a fost pus recent în evidență în cazul undelor seismice ce se propagă la suprafața Pământului în medii terestre cu o structură heterogenă și care se manifestă în caracteristicile ultimei secvențe a seismogramelor („coda” seismogramei) (Hennino *et al.*, 2001; Larose *et al.*, 2004). Ecuația neliniară de

difuzie prezentată este relevantă și pentru astfel de fenomen de localizare a undelor seismice în medii cu structură heterogenă. Derivarea acestui rezultat este bazată pe analiza unui model statistic de mișcare neunivocă în direcția stabilirii echilibrului statistic, similară cu propagarea undelor de entropie în atmosferă. Rezultatul se poate extinde la medii tridimensionale și unidimensionale.

5) O nouă derivare a aproximației cvasi-clasice în propagarea undelor în medii neliniare. Studiul efectelor neliniare în ecuația undelor s-a făcut de către autor sub inspirația rezultatelor teoretice obținute de Mircea Mișicu și Gh. Mărmureanu și colaboratorii (1999). Aproximația cvasi-clasică în ecuația undelor, numită și aproximația Wentzel–Kramers–Brillouin (WKB sau WKBJ cu includerea lui Jeffreys), se referă la componenta spațială a propagării undelor într-un mediu neliniar cu vectorul de undă (generalizat), slab dependent de poziție. După exemplul modelului stratificat al unui mediu elastic s-a studiat această ecuație într-o succesiune de strate adiacente, suficient de subțiri pentru a aproxima vectorul de undă cu o constantă în fiecare strat. Condițiile de continuitate a undelor la fiecare interfață conduc la o relație de recurență matricială pentru amplitudinile undelor reflectate și transmise, ecuație rezolvată în ipoteza unui număr infinit de strate suficient de subțiri. În condițiile în care vectorul de undă are o dependență spațială slabă, soluția este identică cu soluția integrală a aproximației WKB. Avantajele acestei metode matriciale folosite în derivarea rezultatului constă în evidențierea clară a unui coeficient de reflexie zero, identificarea coeficientului de transmisie cu amplitudinea undelor emergente, posibilitatea de a introduce neomogenități spațiale distribuite haotic sau corelate, posibilitatea (de principiu) de a obține contribuții de ordin superior la aproximația WKB. Această aproximație este echivalentă cu metoda razei geometrice în propagarea undelor și metoda prezentată deschide posibilitatea de a studia efecte de interferență, difracție, dispersie în aproximațiile superioare ale teoriei razei geometrice.

6) Introducerea și rezolvarea unei ecuații neliniare speciale a undelor elastice. Această ecuație se bazează pe corecțiile anarmonice cubice la energia elastică a unui solid izotrop. Ecuația undelor longitudinale în acest caz este identificată cu limita continuă a ecuației Fermi–Pasta–Ulam, a cărei soluție particulară a fost stabilită recent cu metoda algebrilor Lie a grupurilor de simetrie. Se găsește soluția generală a acestei ecuații prin metoda cvadraturilor, stabilindu-se partea temporală a soluției cu ajutorul funcțiilor eliptice Jacobi, iar partea spațială cu ajutorul seriei hipergeometrice. Se arată apoi că o astfel de soluție generală descrie mișcări elastice instabile, în sensul că astfel de mișcări au comportări singulare la timpi finiți și comportări infinite pe distanțe asimptotice. O astfel de mișcare elastică neliniară produce rupturi în mediul elastic la timpi finiți, un fenomen ce este caracteristic corecțiilor anarmonice de orice ordin. În continuare, se studiază corecțiile aduse de efectele anarmonice la soluțiile particulare de tip unde plane, calculându-se serii asimptotice ale acestor soluții perturbate. Se arată că astfel de perturbații neliniare sunt controlate de raportul amplitudine–lungime de undă, și că ele se manifestă ca armonice superioare pe distanțe caracteristice comparabile cu lungimile de undă. Seriile de perturbații astfel calculate furnizează factorii de

amplificare neliniari în amplitudine, viteză și accelerație, factori ce generalizează la undele neliniare factorii de amplificare asociați vibrațiilor. Undele transversale nu sunt afectate de anarmonicitățile cubice, dar ele sunt afectate de aceste contribuții neliniare, atunci când sunt cuplate cu undele longitudinale. Ca urmare, se studiază în continuare un astfel de cuplaj pentru o undă longitudinală și una transversală, ce se propagă în aceeași direcție și se pune în evidență o rezonanță caracteristică pentru undă transversală, la o frecvență ce depinde de raportul vitezelor celor două unde, ca o consecință a fenomenului de combinare a frecvențelor. Amortizarea poate fi inclusă în aceste rezultate, fără a schimba calitativ concluziile. Concluzia generală a acestei investigații este că efectele neliniare au consecințe dramatice, catastrofale, asupra distribuției inițiale a energiei elastice în unde plane, pe intervale de timp și distanțe determinate. Astfel de rezultate pot fi extinse la cuplajele neliniare dintre undele longitudinale și transversale ce se propagă în direcții diferite. În continuare, sunt incluse câteva rezultate referitoare la oscilatorul anarmonic cubic, pentru care se obține seria de perturbații pornind de la soluția exactă exprimată cu ajutorul funcțiilor eliptice Jacobi și se indică metoda generală a aproximației armonice auto-consistente pentru oscilatorii anarmonici. De asemenea, sunt incluse și câteva concluzii derivate din semnificația rezultatelor înfățișate și se discută câteva posibile aplicații ale rezultatelor, extensii și, eventual, proiecte.

*Primit în redacție: 15 decembrie 2006*

*Acceptat pentru publicare: 15 ianuarie 2007*

#### BIBLIOGRAFIE

- ABRAHAMS, E., ANDERSON, P.W., LICCIARDELLO, D.C., RAMAKRISHNAN, T.V. (1979), *Scaling theory of localization*. Phys. Rev. Lett., **42**, 673.
- ANDERSON, P.W. (1958), *Absence of diffusion in certain random lattices*. Phys. Rev., **109**, 1492.
- APOSTOL, B.F. (1996), *On the cubic harmonic oscillator*. Rom. J. Physics, in press.
- APOSTOL, B.F. (1997), *On a non-linear diffusion equation describing clouds and wreaths of smoke*. Phys. Lett., **A235** 263.
- APOSTOL, B.F. (1999), *A new derivation of the WKB approximation*. Roum. J. Phys., **44**, 505.
- APOSTOL, B.F. (2001), *Elasticity of an axially anisotropic solid*. Roum. J. Phys., **46**, 273.
- APOSTOL, B.F. (2003), *A critical point theory of the earthquakes*. Roum. J. Phys., **48**, 971–975.
- APOSTOL, B.F. (2003), *On a Non-Linear equation in elasticity*. Phys. Lett., **A318**, 545–552.
- APOSTOL, B.F. (2004), *Amplification factors in oscillatory motion*. Rom. J. Phys., **49**, 691.
- APOSTOL, B.F., ȘTEFAN, S. (1996), *On the entropic sound in the atmosphere*. Proceedings of the 10th European Physical Society Conference, Sevilla, September, p. 86.
- BAK, P., CHRISTENSEN, K., DANON, L., SCANLON, T. (2002), *Unified scaling law for earthquakes*. Phys. Rev. Lett., **88**, 178501.
- BATH, M. (1965), *Lateral inhomogeneities of the upper mantle*. Tectonophysics, **2**, 483–514.
- BULLEN, K.E. (1963), *An Introduction to the Theory of Seismology*. Cambridge University Press, London.
- BURRIDGE, R., KNOPOFF, L. (1967), *Model and theoretical seismicity*. Bull. Seismol. Soc. Amer., **57**, 3411.
- ENESCU, D., ENESCU, B.D. (1996), *Focal mechanism, global geophysical phenomena and Vrancea (Romania) earthquake prediction. A model for predicting these earthquakes*. Rev. Roum. Géophys., **40**, 11–31.

- GUTENBERG, G.B. (1956), *Quart. J. Geol. Soc.*, London, 112 1.
- GUTENBERG, G.B., RICHTER, C.F. (1954), *Seismicity of the Earth and Associated Phenomena*. Princeton, USA.
- HENNINO, R., TREGOURES, N., SHAPIRO, N.M., MARGERIN, L., CAMPILLO, M., van TIGGELEN, B.A., WAVER, R.L. (2001), *Observation of Equipartition of Seismic Waves*. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 3447.
- IITOKA, T., HIROSE, K., KAWAMURA, K., MURAKAMI, M. (2004), *The elasticity of the MgSiO<sub>3</sub> post-perovskite phase in the Earth's lowermost mantle*. *Nature*, 430–442.
- LAROSE, E., MARGERIN, L., van TIGGELEN, B.A., CAMPILLO, M. (2004), *Weak Localization of Seismic Waves*. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 048501-1.
- MĂRMUREANU, GH., MOLDOVEANU, C., CIOFLAN, C., APOSTOL, B.F. (1999), *In Tectonics, Hazard and Risk Mitigation*, eds. F. Wenzel *et al.*, Kluwer, Netherlands, 175–185.
- MĂRMUREANU, GH., BRATOSIN, D., CIOFLAN, C.O. (2000), *The dependence of Q with seismic-induced strains and frequencies for surface layers from resonant columns*. *Pure and Applied Geophysics*, Birkhauser Verlag, Basel, **157**, 269–279.
- MĂRMUREANU, GH., MIȘICU, M., CIOFLAN, C.O., BĂLAN, F.S., APOSTOL, B.F. (2002), *Nonlinear seismology – the Seismology of the XXI Century*. In: *Challenges for Earth Sciences in the 21st Century*, Karl Fuchs Symposium, Springer.
- MILNE, J. (1939), *Earthquakes and other Earth Movements*. London, Routledge, Kagan Paul.
- MIȘICU, M., MĂRMUREANU, GH., CIOFLAN, C., APOSTOL, B.F. (1998), *The determination of spectral response of SH-waves in a layered half-space with consideration of attenuation. Application for the Romanian Plain*. *Rev. Roum. Sci. Techn.-Mec. Appl.*, **43**, 475–483.
- MIȘICU, M., MĂRMUREANU, GH., APOSTOL, B.F., CIUCU, C. (1999), *SH-Waves propagation in foliated half-space. Effects induced by interaction with the Moho layer*. *Rev. Roum. Sci. Techn.-Mec. Appl.*, **44**, 447–458.
- MIȘICU, M., MĂRMUREANU, GH., CIOFLAN, C.O., APOSTOL, B.F. (2004), *Superficial amplification effects of the seismic SH waves*. *Rev. Roum. Géophys.*, **48**, 21–30.
- OGANOV, A.R., ONO, S. (2004), *Theoretical and experimental evidence for a post-perovskite phase of MgSiO<sub>3</sub> in Earth's D' layer*. *Nature*, 430–445.
- OMORI, F. (1894), *J. Coll. Sci. Imper. Univ. Tokyo*, 7 111.
- RICHTER, C.F. (1935), *An instrumental earthquakes magnitude scale*. *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, 25 1.
- SORNETTE, D. (2003), *Critical market crashes*, *Phys. Repts.*, **378**, 1–98.

## RESEARCH STUDIES ON NON-LINEAR EFFECTS IN SEISMIC RISK ASSESSING AND MITIGATION

BOGDAN FELIX APOSTOL

(ABSTRACT)

The large variety of the earthquakes in energy, number (frequency), space and time suggests a statistical approach, as based on their various statistical distributions. Such a statistical approach is also suggested by the distribution in magnitudes of the differential number of earthquakes, by the Omori temporal distribution of the aftershocks, by the average aftershock magnitude, and by the time Poisson-like distributions of the recurrence times. An attempt is made at a systematic understanding of the basic features in seismology, such as the the statistical approach to the earthquakes, the effects of the nonlinearities on the

propagation of the seismic energy, and the corresponding estimation of such local effects, with relevance for studies of seismic risk and hazard. A model of accumulation, or growth, for the concentration of the seismic energy in the critical focal zone, is introduced here. By analyzing the cubic anharmonic corrections to the elastic wave equation it is shown that the nonlinearities have disruptive effects on the critical focal zone. However, the propagating seismic energy is distributed mainly on low wavelengths and small amplitudes, such that for small values of the ratio of the amplitude to the wavelength the linear picture of quasi-plane waves is still valid, in a perturbational picture, for limited distances and times. As a consequence of the nonlinearities the quasi-plane waves are distorted by high-order harmonics, and exhibit local amplification factors in displacement, velocity and acceleration, as documented by empirical evidence.

*Cuvinte cheie:* efecte de neliniaritate, distribuții statistice, anisotropie uniaxială, risc seismic.